

УДК 621. 983

Калюжний О. В.

### АНАЛІЗ ІНЖЕНЕРНИМ МЕТОДОМ ПРОЦЕСУ ОБТИСКУ З ДИФЕРЕНЦІЙОВАНИМ ПРОТИТИСКОМ В КОНІЧНІЙ МАТРИЦІ

Обтиск трубчатих або порожнистих заготовок з дном широко розповсюджена формуюча операція листового штампування для виготовлення деталей балонів, перехідників для трубопроводів, ємностей для нагрівання води, гільз та інших. В результаті обтиску частина заготовки приймає форму конуса, циліндра і конусу, сфери, циліндра і сфери. Процес обтиску реалізують на кривошипних і гідравлічних пресах. При проектуванні технології обтиску в основному використовують дані з джерел [1–2]. Це стосується визначення, поперше, основного показника – граничного коефіцієнта обтиску (відношення діаметра заготовки  $D$  по середині стінок до діаметра торця  $d$  обтиснутої заготовки також по середині стінок), а також висоти заготовки для обтиску, наближеного розрахунку зусилля та потовщення стінки заготовки після обтиску. Теорія обтиску в конусних і сферичних матрицях викладена в дослідженнях Є. О. Попова [3]. При традиційному обтиску трубчатих заготовок без підпору стінок, по даних Ю. О. Аверкієва [4], в залежності від відносної товщини стінки ( $S/D$ ) виникають дефекти у вигляді поперечних кільцевих складок на ділянці переходу обтиснутої конічної частини в циліндричну та на стінці заготовки. Причини виникнення дефектів встановлено теоретичними даними [5]. Для виключення вказаних дефектів використовують при обтиску жорсткі оправки. Однак, використання таких оправок приводить до виникнення сил тертя між оправками і металом, що деформується, та до збільшення зусилля обтиску. При обтиску порожнистих заготовок з дном використання вказаних оправок не можливе. На кафедрі механіки пластичності матеріалів та ресурсозберігаючих процесів НТУУ «КПІ» при участі автора розроблений спосіб обтиску порожнистих заготовок з дном і трубчатих заготовок в умовах дії диференційованого протитиску рідини на стінки заготовки при формоутворенні виробів [6]. Дія протитиску дозволяє суттєво інтенсифікувати процеси обтиску.

За допомогою методу скінченних елементів проведений порівняльний аналіз процесів традиційного обтиску і обтиску в умовах дії диференційованого протитиску на внутрішню стінку трубчатої заготовки та встановлені переваги нового способу обтиску [7]. Для обтиску з протитиском відсутні аналітичні залежності для інженерних розрахунків параметрів отримання виробів.

Метою даної роботи є проведення теоретичного аналізу обтиску з диференційованим протитиском в конічній матриці інженерним методом та отримання аналітичних залежностей для визначення силових режимів формоутворення і потовщення стінки виробів.

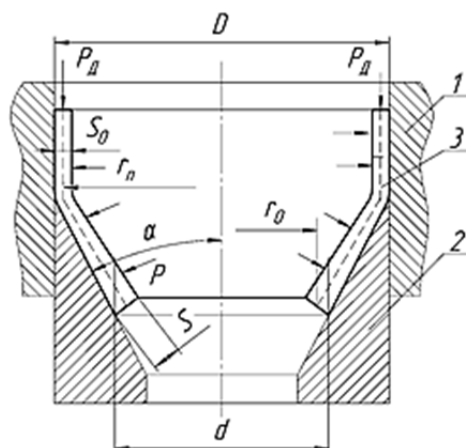


Рис. 1. Спрощена схема обтиску з протитиском

Спрощена схема обтиску з основними позначеннями приведена на рис. 1. В контейнер 1 на матрицю 2 встановлена порожниста заготовка з дном 3. Зусилля обтиску  $P_D$  прикладається за допомогою пуансону 4. На внутрішню поверхню заготовки діє протитиск  $p$ .

На рис. 2. зображений елементарний об'єм стінки zdeформованої заготовки в конічній матриці. На ньому зображено:  $\sigma_\rho$  – стискаючі напруження, які виникають від прикладання зусилля  $P_D$  і діють паралельно твірній профілю матриці;  $\sigma_\theta$  – стискаючі напруження, які виникають в тангенційному напрямі;  $\sigma_n$  – стискаючі нормальні напруження, які виникають на контактній поверхні матриці і заготовки;  $p$  – протитиск, який діє на внутрішній поверхні заготовки;  $\mu(\sigma_n + p)$  – дотичне напруження, яке виникає від дії тертя,  $\mu$  – коефіцієнт тертя.

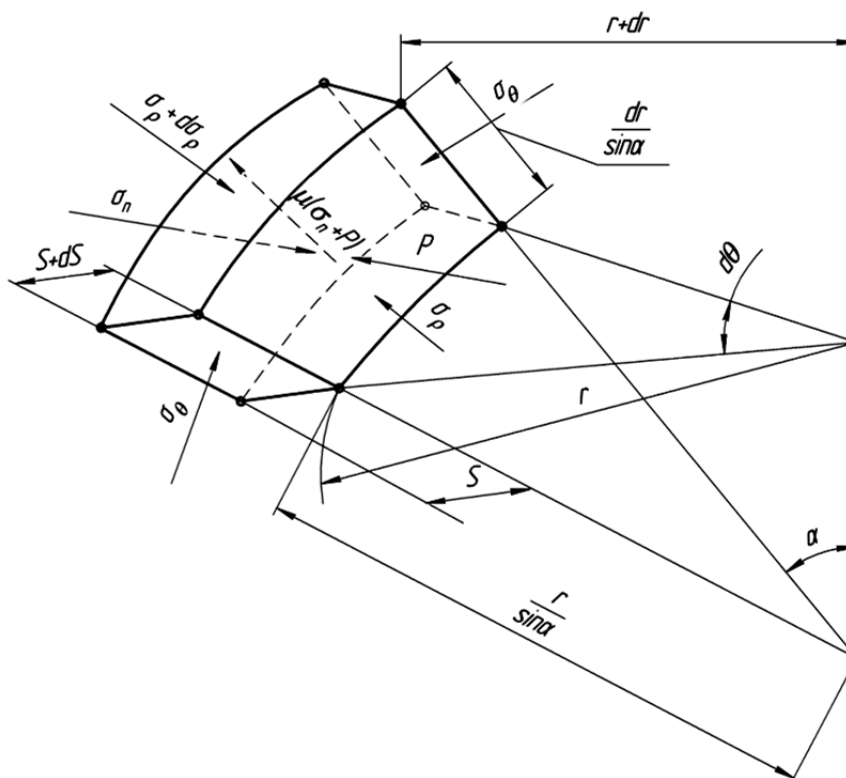


Рис. 2. Елементарний об'єм в стінці zdeформованої заготовки

Допущення, які прийняті при рішенні: метал заготовки жорстко-пластичний; товщина стінки  $S$  мала в порівнянні з діаметром, тому згином заготовки при переході стінки заготовки на конічну поверхню матриці і зміною напружень по товщині нехтуємо.

Записуємо суму проєкцій сил, які виникають від діючих напружень, на напрямок, що перпендикулярний конусу матриці:

$$(\sigma_n + p)rd\theta \frac{dr}{\sin \alpha} - 2\sigma_\theta S \frac{dr}{\sin \alpha} \cdot \sin \frac{d\theta}{2} \cos \alpha = 0, \quad (1)$$

де  $rd\theta \frac{dr}{\sin \alpha}$ ,  $S \frac{dr}{\sin \alpha}$  площі поверхонь, на яких діють напруження.

Для малих кутів  $\sin \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2}$ . Тоді з (1) отримуємо:

$$\sigma_n + p = \sigma_\theta \frac{S}{r} \cos \alpha. \quad (2)$$

Далі проектуємо сили на напрямок, який паралельний конусу матриці:

$$\begin{aligned} (\sigma_{\rho} + d\sigma_{\rho})(r + dr)d\theta(S + dS) - \sigma_{\rho}Srd\theta - 2\sigma_{\theta}S \frac{dr}{\sin \alpha} \sin \frac{d\theta}{2} \sin \alpha - \\ - \mu(\sigma_n + p)rd\theta \frac{dr}{\sin \alpha} = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

де  $(r + dr)d\theta(S + dS)$ ,  $rd\theta \frac{dr}{\sin \alpha}$ ,  $Srd\theta$ ,  $S \frac{dr}{\sin \alpha}$  – площі поверхонь з діючими напруженнями. Після перетворень в рівнянні (3) і нехтуванням величинами другого порядку малості отримуємо:

$$\frac{d}{dr}(\sigma_{\rho}Sr) - \sigma_{\theta}S - \mu \frac{(\sigma_n + p)r}{\sin \alpha} = 0. \quad (4)$$

Підставляємо  $\sigma_n + p$  з (2) в (4):

$$\frac{d}{dr}(\sigma_{\rho}Sr) - \sigma_{\theta}S(1 + \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha) = 0. \quad (5)$$

Якщо нехтувати зміною товщини  $S$  при обтиску, і вважати  $S$  постійною величиною в рівнянні (5), то маємо:

$$r \frac{d\sigma_{\rho}}{dr} + \sigma_{\rho} - \sigma_{\theta}(1 + \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha) = 0. \quad (6)$$

Наближена умова пластичності в даному випадку має вигляд:

$$\sigma_{\rho} - \sigma_{\theta} = \beta\sigma_s, \quad (7)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт Лодє.

Підставляємо  $\sigma_{\theta}$  з (7) в (6) і отримуємо рівняння рівноваги:

$$r \frac{d\sigma_{\rho}}{dr} + \sigma_{\rho} - (\sigma_{\rho} - \beta\sigma_s)(1 + \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha) = 0. \quad (8)$$

Просте аналітичне рішення для визначення потовщення стінки при обтиску з отримати без врахування впливу тертя. Тоді рівняння (8) має вигляд:

$$r \frac{d\sigma_{\rho}}{dr} + \beta\sigma_s = 0. \quad (9)$$

Вирішуємо (9):

$$\sigma_{\rho} = -\beta\sigma_s \ln r + C = 0.$$

Довільну постійну  $C$  знаходимо з граничної умови – при  $r = r_0$  напруження на торці заготовки  $\sigma_{\rho} = -p$  (протитиск рідини). Тоді:

$$\sigma_{\rho} = -\beta\sigma_s \ln \frac{r}{r_0} - p = -\beta\sigma_s \left( \ln \frac{r}{r_0} + \frac{p}{\beta\sigma_s} \right). \quad (10)$$

З умови пластичності (7) визначаємо  $\sigma_{\theta}$ :

$$\sigma_{\theta} = -\beta\sigma_s \left( 1 + \ln \frac{r}{r_o} + \frac{p}{\beta\sigma_s} \right). \quad (11)$$

Запишемо співвідношення Леві-Мізеса між приростами деформацій в напрямі стінки  $d\varepsilon_n$  і тангенційними  $d\varepsilon_{\theta}$  та напруженнями в відповідних напрямках для жорстко-пластичного стану металу:

$$\frac{d\varepsilon_n}{d\varepsilon_{\theta}} = \frac{ds/s}{dr/r} = \frac{\sigma_n - \sigma_{cp}}{\sigma_{\theta} - \sigma_{cp}}, \quad (12)$$

де  $\sigma_{cp} = (\sigma_{\rho} + \sigma_{\theta} + \sigma_n)/3$  – гідростатичний тиск.

Вважаємо, що напруження  $\sigma_n$  мале в порівнянні з  $\sigma_{\rho}$  і  $\sigma_{\theta}$ . Тоді вираз (12) має вигляд:

$$\frac{ds/s}{dr/r} = \frac{\sigma_{\rho} + \sigma_{\theta}}{\sigma_{\rho} - 2\sigma_{\theta}}. \quad (13)$$

Підставляємо вирази (10) і (11) для напружень в (13), після перетворень отримуємо:

$$\frac{ds}{s} = \frac{-2 \ln \frac{r}{r_o} - 1 - \frac{2p}{\beta\sigma_s}}{\ln \frac{r}{r_o} + \frac{p}{\beta\sigma_s} + 2} \frac{dr}{r}. \quad (14)$$

Інтегруємо (14):

$$\ln s = -2 \ln r + 3 \ln \left( \ln \frac{r}{r_o} + \frac{p}{\beta\sigma_s} + 2 \right) + C. \quad (15)$$

Довільну постійну  $C$  знаходимо з граничної умови, що на вході в конічну матрицю (при  $r = r_n$ ) товщина стінки  $s = s_0$ . Тоді з рівняння (15) маємо:

$$\ln \frac{s}{s_0} = 2 \ln \frac{r_n}{r} + 3 \ln \frac{\ln \frac{r}{r_o} + \frac{p}{\beta\sigma_s} + 2}{\ln \frac{r_n}{r_o} + \frac{p}{\beta\sigma_s} + 2}. \quad (16)$$

Для спрощення можна замінити в формулі (16) логарифми першими членами, які отримані розкладенням в ряд (типу  $\ln x = x - 1$ ):

$$s = s_0 \left( 2 \frac{r_n}{r} - 1 + \frac{3 \frac{r}{r_o} - 3 \frac{r_n}{r_o}}{\frac{r_n}{r_o} + 1 + \frac{p}{\beta\sigma_s}} \right). \quad (17)$$

Максимальну величину потовщення стінки після обтиску можна визначити при  $r = r_o$ .

Тепер вирішимо задачу з урахуванням тертя на конічній поверхні матриці. З рівняння (8) знаходимо:

$$r \frac{d\sigma_\rho}{dr} - \sigma_\rho \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha + \beta \sigma_s (1 + \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha) = 0. \quad (18)$$

Розділяємо змінні, після інтегрування отримуємо:

$$\frac{1}{\mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha} \ln [\sigma_\rho \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \beta \sigma_s (1 + \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha)] = \ln(rC). \quad (19)$$

Або:

$$[\sigma_\rho \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \beta \sigma_s (1 + \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha)] = (rC)^{\mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha}.$$

Довільну постійну  $C$  також знаходимо з граничної умови, що на торці обтиснутої частини (при  $r = r_o$ ) напруження  $\sigma_\rho = -p$ . Після підстановки довільної постійної в (19) і проведення перетворень маємо:

$$\sigma_\rho = -\beta \sigma_s \left[ \left( \frac{r}{r_o} \right)^{\mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha} \left( \frac{p}{\beta \sigma_s} + \frac{1 + \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{\mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha} \right) - \frac{1 + \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{\mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha} \right]. \quad (20)$$

З умови пластичності (7) знаходимо вираз для напружень  $\sigma_\theta$ :

$$\sigma_\theta = -\beta \sigma_s \left\{ \left[ \left( \frac{r}{r_o} \right)^{\mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha} \left( \frac{p}{\beta \sigma_s} + \frac{1 + \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{\mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha} \right) - \frac{1 + \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{\mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha} \right] + 1 \right\}. \quad (21)$$

Зробимо наступну заміну:

$$(r/r_o)^{\mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha} = \exp[\mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha \ln(r/r_o)] \approx 1 - \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha \ln(r_o/r).$$

Тоді вираз (20) після перетворень має вигляд:

$$\sigma_\rho = -\beta \sigma_s \left[ \frac{p}{\beta \sigma_s} - \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha \ln r_o/r \left( \frac{p}{\beta \sigma_s} + 1 \right) - \ln r_o/r \right]. \quad (22)$$

Тепер можна визначити зусилля обтиску  $P_D$  (див. рис. 1):

$$P_D = 2 \cdot \pi \cdot s_0 \cdot r_n \cdot |\sigma_\rho| / \cos \alpha. \quad (23)$$

В формулу (23) необхідно підставити напруження  $\sigma_\rho$  з (22) при  $r = r_n$ , яке виникає в заготовці на вході в конус матриці. Тоді кінцевий вираз для знаходження зусилля має вигляд:

$$P_D = 6,28 \cdot s_0 r_n \beta \sigma_s \left[ \left[ \left( \frac{p}{\beta \sigma_s} - \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha \ln r_o/r_n \right) \left( \frac{p}{\beta \sigma_s} + 1 \right) - \ln r_o/r_n \right] / \cos \alpha \right]. \quad (24)$$

Розглядаючи формулу (24) можна замітити, що зі збільшенням кута  $\alpha$  конусу матриці окремі складові  $P_D$  збільшуються, а другі зменшуються. Можна передбачити, що при деяких значеннях кута  $\alpha$  зусилля обтиску буде мінімальним.

Мінімізуємо вираз (24) по  $\alpha$ :  $\frac{\partial P_D}{\partial \alpha} = 0$ .

Після перетворень можемо знайти вираз для знаходження оптимального кута  $\alpha_{opt}$ , який забезпечує мінімальне зусилля обтиску з протитиском:

$$ctg \alpha_{opt} = \sqrt[3]{\left( \ln \frac{r_o}{r_n} - \frac{p}{\beta \sigma_s} \right) \left[ \mu \left( \frac{p}{\beta \sigma_s} \ln \frac{r_o}{r_n} + \ln \frac{r_o}{r_n} \right) \right]}.$$

При отриманні виразів для напружень і зусилля не враховано зміцнення металу при обтиску. Для врахування зміцнення використаємо відому апроксимацію дійсних напружень  $\sigma_s$ :

$$\sigma_s = \frac{\sigma_B}{1 - \psi_{ш}} \left( \frac{\psi}{\psi_{ш}} \right)^{\frac{\psi}{1 - \psi_{ш}}}, \quad (25)$$

де  $\sigma_B$  – межа міцності;

$\psi$  – відносне потоншення;

$\psi_{ш}$  – відносне потоншення, яке відповідає моменту утворення шийки на зразку.

Визначимо середнє значення дійсного напруження  $\sigma_s^{cp}$ . В якості деформації  $\psi$  при обтиску, беремо середнє значення довжин кола заготовки до і після обтиску (див. рис. 1):

$$\psi^{cp} = \frac{2\pi \cdot r_n - 2\pi \cdot r_o}{2 \cdot 2\pi \cdot r_n} = \frac{r_n - r_o}{2r_n}. \quad (26)$$

Тоді середнє значення дійсного напруження  $\sigma_s^{cp}$ , має вигляд:

$$\sigma_s^{cp} = \frac{\sigma_B}{1 - \psi_{ш}} \left( \frac{r_n - r_o}{2r_n \psi_{ш}} \right)^{\frac{\psi_{ш}}{1 - \psi_{ш}}}. \quad (27)$$

З урахуванням, що для даної задачі коефіцієнт Луде  $\beta = 1,15$ , то формула для визначення максимального зусилля обтиску в конічній матриці при формоутворенні зі зміцненням з урахуванням виразу (27) буде мати вигляд:

$$P_d = 7,22 \cdot s_0 \cdot r_n \frac{\sigma_B}{1 - \psi_{ш}} \left( \frac{r_n - r_o}{2r_n \psi_{ш}} \right)^{\frac{\psi_{ш}}{1 - \psi_{ш}}} \left[ \left( \frac{p}{\beta \sigma_s} - \mu \cdot ctg \alpha \ln r_o / r_n \right) \left( \frac{p}{\beta \sigma_s} + 1 \right) - \ln r_o / r_n \right] / \cos \alpha. \quad (28)$$

Для перевірки адекватності отриманих рішень проведений чисельний експеримент з використанням методу скінченних елементів (МСЕ). Обтиску з диференційованим протитиском в конічній матриці з кутом конусу 20 градусів підлягала заготовка зовнішнім діаметром 63 міліметри (мм) і товщиною стінки 1,5 мм із маловуглецевої сталі. Заготовка, яка отримана моделюванням, зображена на рис. 4. На рис. 5 наведені графіки залежності зусилля деформування від переміщення деформуючого інструменту які отримані МСЕ і інженерним методом (ІМ) по формулах (22) і (28). Розбіжність результатів по зусиллю досягає 15 %, що пов'язано з більш чітким врахуванням тертя і зміцненням металу, що деформується, при розрахунках МСЕ. На рис. 6 приведені розміри стінки здеформованої заготовки, які визначені МСЕ (чисельник) та ІМ (знаменник).



Рис. 4. Здеформована заготовка

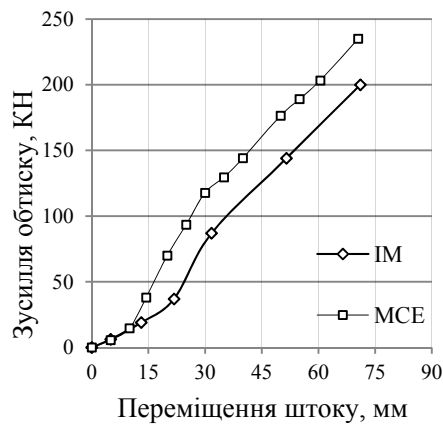


Рис. 5. Залежність зусилля обтиску від переміщення штоку

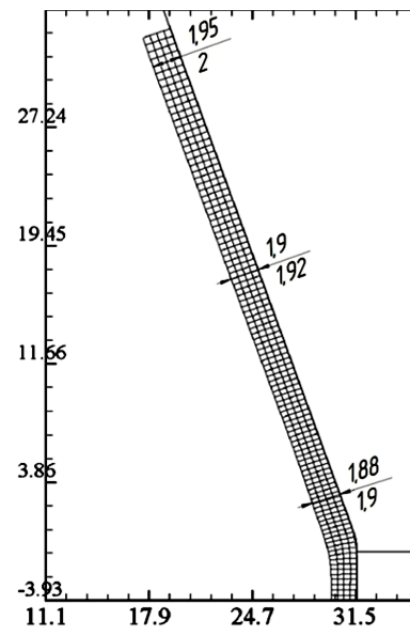


Рис. 6. Розміри стінки після обтиску

### ВИСНОВКИ

Інженерним методом проведений теоретичний аналіз обтиску в конічній матриці при дії диференційованого протитиску на внутрішню стінку заготовки, який забезпечує вірогідність втрати стійкості стінок заготовки при формоутворенні. З урахуванням тертя і зміцнення металу, що деформується, отримані аналітичні залежності для визначення зусилля обтиску, величину потовщення стінки zdeформованої заготовки, а також для визначення оптимального кута конусу матриці, який забезпечує мінімальне зусилля обтиску. Проведено порівняння результатів, що визначені інженерним методом з даними чисельного експерименту, який проведений методом скінчених елементів.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Романовский В. П. *Справочник по холодной штамповке* / В. П. Романовский. – 6-е изд., перераб. и доп. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1979. – 520 с.
2. *Ковка и штамповка: справочник. В 4 т. Т. 4. Листовая штамповка* / под ред. А. Д. Матвеева; ред. совет: Е. И. Семенов (пред.) и др. – М.: Машиностроение, 1985–1987. – 544 с.
3. Попов Е. А. *Основы теории листовой штамповки: учебное пособие для вузов* / Е. А. Попов. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1977. – 278 с.
4. Аверкиев Ю. А. *Холодная штамповка* / Ю. А. Аверкиев. – Изд-во Ростовского университета, 1984. – 288 с.
5. Калюжний О. В. Аналіз силових режимів та якості виробів при обтиску трубчатих заготовок в конічній матриці / О. В. Калюжний // *Вісник НТУУ «КПІ»*. – 2011. – Вип. 62. – С. 63–67. – (Серія «Машинобудування»).
6. Пат. України № 59190: МПК В21В26/02. Спосіб обтиску горловини типу балон / Калюжний В. Л., Калюжний О. В., Піманов В. В., Паляничко Є. М.; заявник і патентовласник НТУУ «КПІ». – Опубл. 10.05.2011, Бюл. № 9.
7. Калюжний О. В. Порівняльний аналіз традиційного обтиску та обтиску заготовок з диференційованим протитиском / О. В. Калюжний // *НТУ «ХПІ»*. – 2011. – № 46. – С. 27–34.

Калюжний О. В. – канд. техн. наук, ст. викладач НТУУ «КПІ».

НТУУ «КПІ» – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», м. Київ.

E-mail: av-k@ukr.net

Стаття надійшла до редакції 14.03.2012 р.